

**前回の復習: 計測とは何か?:**

- センシング: ある対象物について人間が的確に情報を得られるよう対象を量的に把握すること
- 客観性が要求される。時間、空間を問わず世界共通の尺度が必要
- ⇒ **国際単位系(SI)**

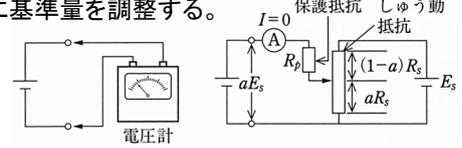


**計測・測定・計量とは?: JIS(Japan Industrial Standard)**

- 計測(instrumentation): 何らかの目的をもって、事物を量的にとらえるための方法や手段を考究して実施し、その結果を用いること。
- 測定(measurement): ある量を、基準として用いる量(単位)と比較して、数値または符号を用いて表すこと。
- 計量: 公的に取り決めた標準を基礎とする計測

**前回の復習: 測定の方式:**

- 偏位法: 測定量を零からの偏位に変換して測定結果を提示(メータの針)
- 零位法: 測定量を基準量と比較し、測定系が零の値を示すように基準量を調整する。



(a) 偏位法 (b) 零位法

- 補償法: 測定量から精度の高い同じオーダの基準量を引き、残差を偏位法で測定⇒周波数などでは定石
  - 置換法: 同じ測定器で、測定量と基準量を置き換えて2回測定する。
- ⇒ **自動計測により零位法が精度よく高速に計測可能に**

**前回の復習:**

**測定値の誤差:** 【定義】誤差(error)  $e$ とは、測定値(measurement value)  $M$ と真値(true value)  $T$ との差を言う。

$$e = M - T,$$

**測定値の確度(accuracy):** 計測器は、その指示値の確からしさを確度で示す。

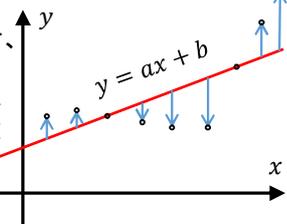
**トレーサビリティ:** 計測値の根拠を校正の連鎖で国家標準まで辿れること。

**有効数字:** 測定値を表す数字で意味のある数字。

**測定値の推定:** 偶然誤差によって測定がばらつくときには、測定回数を増やすことによって誤差を低減させることができる。(正規分布)

**前回の復習: 最小二乗法:**

$n$ 個の入力  $x_1, x_2, \dots, x_n$  に対して、出力  $y_1, y_2, \dots, y_n$  があるとき、両者の関係をフィットさせるために最小二乗法がよく用いられる。フィットのためのモデル関数と測定結果の残差の二乗和  $J$  が最少となるよう、モデル関数の係数を定める。(補足2参照)



$$J = \sum_{i=1}^n \{y_i - (ax_i + b)\}^2, \quad \frac{\partial J}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial b} = 0,$$

を解いて、

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad b = \frac{\bar{y} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

**国際単位系(SI単位系):**

(The International System of Units)

**7つの基本単位**

**長さ標準** メートル [m]:

昔: 地球の北極から赤道までの子午線弧長の1,000万分の1。(地球一周が約4000万m)

今: 299,792,458分の1秒間に光が真空中を進む距離。

**質量標準** キログラム [kg]:

昔: 水1リットルの質量。

今: 周波数が  $c^2/h = \{(299,792,458)^2 / 6.62606957\} \times 10^{34} = 1.35639261 \times 10^{50}$  [Hz]の光子のエネルギーに等価な質量。

**時間標準** 秒 [s]:

昔: 1日の86,400 (=24 × 60 × 60)分の1。

今: セシウム133原子の基底状態の2つの超微細準位間の遷移に対応する放射の周期の9,192,631,770倍。

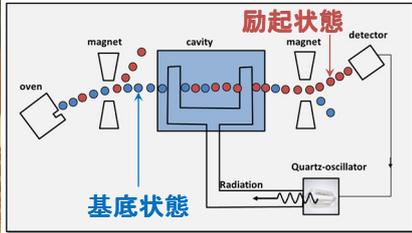
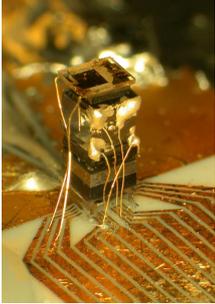


(参考) 2019年5月20日より前は国際キログラム原器を質量標準に使っていた。今は、「標準分銅群」になったが、重要文化財である。



**(余談) セシウム原子時計:**

誤差が $10^{-15}$ (3000万年に1秒)程度の高精度の時計である。セシウム(Cs)133の6s軌道の超微細構造(スピン・軌道相互作用によるエネルギー準位の分裂)が吸収する電磁波は正確に91億9263万1770Hzであることを利用している。



**(参考) ストロンチウム光格子時計:** セシウム原子時計よりも高精度で、不確かさが $10^{-18}$ (300億年に1秒)程度の時計。ストロンチウム(Sr)87の吸収する電磁波は正確に429,228,004,229,873.7Hzであることを利用している。



**電流標準 アンペア [A]:**

昔: 硝酸銀(AgNO<sub>3</sub>)から毎秒1.118 × 10<sup>-3</sup> [g]の銀を電解析出させる電流量。

今: 1秒間に電気素量 $e$ (電子1個)だけ流れた時の電流を $1.602176634 \times 10^{-19}$  [A]とする。

**温度標準 ケルビン [K]:**

昔: (温度に比例する)理想気体の体積が0になる温度を0 [K]と定めた。

今: ボルツマン定数 $k$ を $1.380649 \times 10^{-23}$  [J/K] とすることによって(エネルギーから)定まる温度。  
また、[K]=[°C]+273.15となる。

**物質標準 モル [mol]:**

昔: 12gの炭素C<sup>12</sup>の中に存在する炭素原子の数。

今:  $6.02214076 \times 10^{23}$  個(アボガドロ数)。

**光度標準 カンデラ [cd]:**  $540 \times 10^{12}$  [Hz]の単色放射を放出し、所定方向の放射強度が $1/683$  [W/sr]である光源のその方向における光度。

**電流標準の測定:**

現行では電気素量 $e$ の数値を $1.602176634 \times 10^{-19}$  [A·s]と定めることで電流標準を定義している。

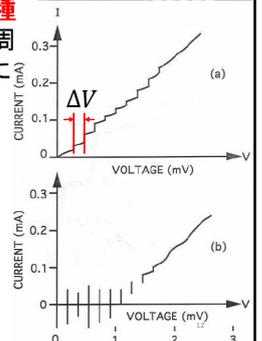
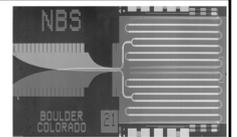
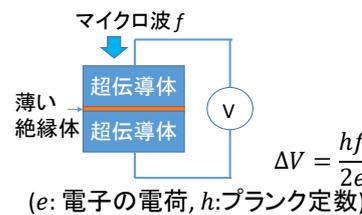
しかし、上記の電流標準を生成して測定するよりも、電圧標準と電気抵抗標準からオームの法則によって電流標準(の代替となる電流)を生成して測定の方が実用上は容易である。

電圧標準は交流ジョセフソン効果から生成する。また、電気抵抗標準は量子ホール効果から生成する。

$$\text{電流標準} = \frac{\text{電圧標準}}{\text{抵抗標準}}$$

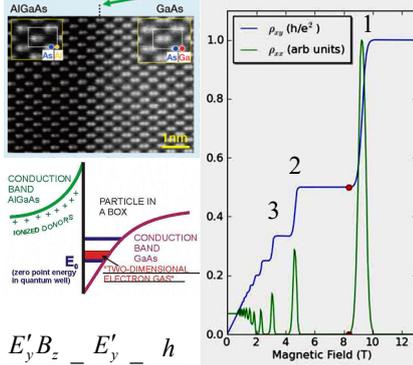
**(参考) 交流ジョセフソン効果:**

ジョセフソン素子にマイクロ波を照射すると、電流-電圧特性がステップ状または櫛状に変化する。この電圧ステップ量 $\Delta V$ が**超伝導体や絶縁体の種類に依らずに** $(h/2e) \times$ (マイクロ波の周波数 $f$  [GHz]) $= f/483,597.8484$  [V]になる。これを電圧標準に利用する。



**(参考) 量子ホール効果 (電子物性参照):**

半導体のヘテロ界面の2次元自由電子系でホール伝導度 $\sigma_H$ が、半導体の種類に依らずに $e^2/h$ の整数倍に量子化される。これを量子ホール効果という。  
この逆数の $h/e^2=25,812.80745 [\Omega]$ を抵抗標準にする。



$$\rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_H} \equiv \frac{R_H B_z}{-1} = \frac{E'_y B_z}{j_x B_z} = \frac{E'_y}{j_x} = \frac{h}{s e^2}$$

(s: 整数, h: プランク定数)

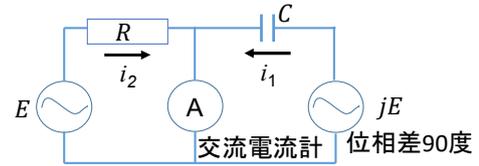
**容量標準: (コンデンサ)**

容量標準は、直角相ブリッジを利用して、抵抗標準 + 周波数標準(時間標準の逆数)から決定する。

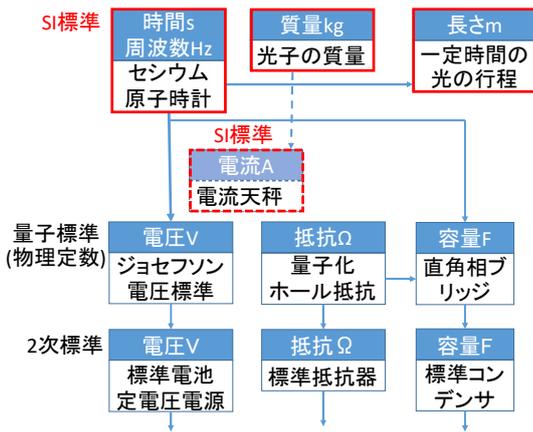
$$i_1 = j\omega C \times jE = -\omega CE, \quad i_2 = \frac{E}{R},$$

$$i_1 + i_2 = 0, \quad C = \frac{1}{\omega R}, \quad (\omega = 2\pi f)$$

の関係が満足されるとき交流電流計Aは0となる。



**電気関係の標準の決定と供給体系:**



**固有の名称があるSI組立単位:**

平面角	ラジアン(radian)	[rad]=[m/m](無次元)、
立体角	ステラジアン(steradian)	[sr]=[m^2/m^2](無次元)、
周波数	ヘルツ(hertz)	[Hz]=[s^-1]、
力	ニュートン(newton)	[N]=[m·kg/s^2]、
圧力	パスカル(pascal)	[Pa]=[N/m^2]=[kg/m·s^2]、
仕事(エネルギー)	ジュール(joule)	[J]=[N·m]=[m^2·kg/s^2]、
仕事率	ワット(watt)	[W]=[J/s]=[m^2·kg/s^3]、
電荷	クーロン(coulomb)	[C]=[s·A]、
電圧	ボルト(volt)	[V]=[W/A]=[m^2·kg/s^3/A]、
電気容量	ファラド(farad)	[F]=[C/V]=[s^4·A^2/m^2/kg]、
電気抵抗	オーム(ohm)	[Ω]=[V/A]=[m^2·kg/s^3/A^2]、
電気伝導率	ジーメンス(siemens)	[S]=[A/V]=[s^3·A^2/m^2/kg]、
磁束	ウエーバ(weber)	[Wb]=[V·s]=[m^2·kg/s^2/A]、

磁束密度	テスラ(tesla)	[T]=[Wb/m^2]=[kg/s^2/A]、
インダクタンス	ヘンリー(henry)	[H]=[Wb/A]=[m^2·kg/s^2/A^2]、
摂氏温度		[°C]=[K]、
光束	ルーメン(lumen)	[lm]=[cd·sr]、
照度	ルクス(lux)	[lx]=[lm/m^2]=[cd/m^2]、
放射能	ベクレル(becquerel)	[Bq]=[s^-1]、
吸収線量	グレイ(gray)	[Gy]=[J/kg]=[m^2/s^2]、
線量当量	シーベルト(sievert)	[Sv]=[J/kg]=[m^2/s^2]、
触媒活性	カタール(katal)	[kat]=[mol/s]、

**SI接頭辞:**

10 <sup>30</sup>	クエタ(quetta) Q	10 <sup>-1</sup>	デシ(dec) d
10 <sup>27</sup>	ロナ(ronna) R	10 <sup>-2</sup>	センチ(centi) c
10 <sup>24</sup>	ヨタ(yotta) Y	10 <sup>-3</sup>	ミリ(milli) m
10 <sup>21</sup>	ゼータ(zetta) Z	10 <sup>-6</sup>	マイクロ(micro) μ
10 <sup>18</sup>	エクサ(exa) E	10 <sup>-9</sup>	ナノ(nano) n
10 <sup>15</sup>	ペタ(peta) P	10 <sup>-12</sup>	ピコ(pico) p
10 <sup>12</sup>	テラ(tera) T	10 <sup>-15</sup>	フェムト(femto) f
10 <sup>9</sup>	ギガ(giga) G	10 <sup>-18</sup>	アト(atto) a
10 <sup>6</sup>	メガ(mega) M	10 <sup>-21</sup>	ゼプト(zepto) z
10 <sup>3</sup>	キロ(kilo) k	10 <sup>-24</sup>	ヨクト(yocto) y
10 <sup>2</sup>	ヘクト(hecto) h	10 <sup>-27</sup>	ロント(ronto) r
10 <sup>1</sup>	デカ(deca, deka) da	10 <sup>-30</sup>	クエクト(quecto) q

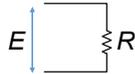
**dB(デシベル)の表示:** 工学ではしばしば、“何倍”という表現のベル[B]にSI接頭辞のデシ(10<sup>-1</sup>)を付けたデシベル[dB]を使う。基準電力P<sub>0</sub>に対するP<sub>1</sub>の比を表す場合には、

$$\alpha = \log_{10} \frac{P_1}{P_0} [\text{B}] = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_0} [\text{dB}]$$

として表す。一方、基準電圧E<sub>0</sub>に対するE<sub>1</sub>の比を表す場合、

$$\alpha = 2 \log_{10} \frac{E_1}{E_0} [\text{B}] = 20 \log_{10} \frac{E_1}{E_0} [\text{dB}]$$

として2倍する。



【理由】

負荷抵抗をR、電圧をEとすると、 $P = E^2/R$ で電圧の2乗に比例するので、

$$10 \log_{10} \frac{P_1}{P_0} = 10 \log_{10} \frac{E_1^2}{E_0^2} = 20 \log_{10} \frac{E_1}{E_0}$$

19

**dBで覚えておくべき値:**

- 電力が2倍のことをしばしば3dBという ( $10 \log_{10} 2 \cong 3$ )
- 電力が5倍のことをしばしば7dBという

$$(10 \log_{10} 5 = 10(\log_{10} \frac{10}{2}) = 10(1 - \log_{10} 2) \cong 7)$$

- 電力が10倍のとき、10dB
- 電力が100倍のとき、20dB
- 逆に電力が半分(1/2倍)のことをしばしば-3dBという ( $10 \log_{10} 2^{-1} \cong -3$ )
- 電力が1/10倍のとき、-10dB
- 電力が1/100倍のとき、-20dB

というように用いる。

20

**偏移法による直流電流の計測:**

・可動コイル型電流計

幅a長さbの可動コイルに電流Iを流すと永久磁石が作る磁束密度Bとフレミングの左手の法則で、

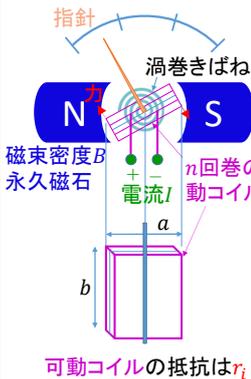
$$F = nbBI$$

の力がコイルに働く。この時、可動コイルにかかるトルクT<sub>d</sub>は、

$$T_d = \frac{a}{2} F \times 2 = abnBI$$

となり、T<sub>d</sub>がうずまきばねのトルクと拮抗する点で指針が止まる。バネのトルク量T<sub>c</sub>は指針振れ角θに比例してT<sub>c</sub> = cθなので、拮抗時には、

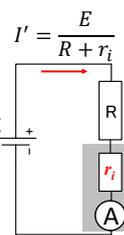
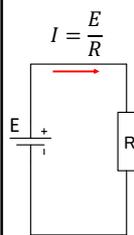
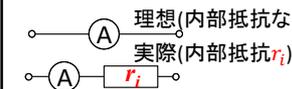
$$\theta = \frac{abnBI}{c} \text{ となる。}$$



可動コイルの抵抗はr<sub>i</sub>

**理想の測定と現実の測定:**

- 現実の測定には必ず誤差が生じる。



【目的】  
抵抗Rに電圧Eの電池を繋いだ時に流れる電流Iを(偏移法の)直流電流計Aで計りたい。

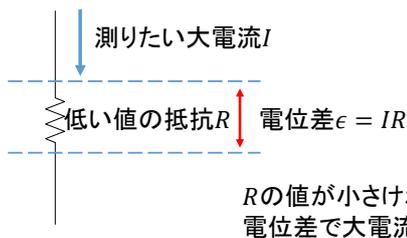
【測定】  
直流電流計を繋いで計ると、内部抵抗r<sub>i</sub>により、流れる電流は小さくなる。

【前提】  
・直流電流計の針が示した値はI'  
・内部抵抗r<sub>i</sub>の値はわかっている。  
$$I = \frac{R + r_i}{R} I'$$
  
に補正する必要がある。

22

**直流大電流の測定1: シャント抵抗**

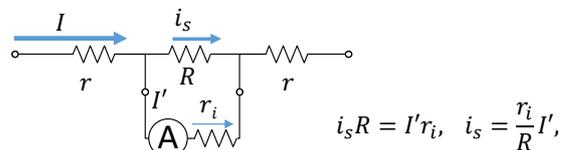
- 回路中にあらかじめ非常に低い値の抵抗R(シャント抵抗)を挿入しておき、その抵抗の両端の電位差εを直流電圧計で測定することで、大電流を測定する。



Rの値が小さければ、ほどほどの電位差で大電流Iを計測可能。

23

**直流大電流の測定2: 分流器**



内部抵抗r<sub>i</sub>の直流電流計、(電流計の針が示した値はI') 
$$I = I_s + I' = \frac{R + r_i}{R} I'$$

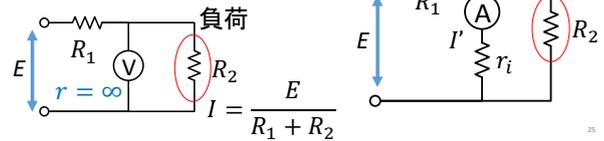
抵抗Rを内部抵抗r<sub>i</sub>に対して十分小さくしておき、主要な電流をR側に逃がす。



24

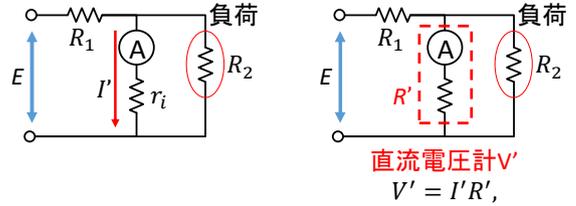
**(電流計を使った)偏移法による直流電圧の測定:**

- 内部抵抗 $r_i$ が分かっている直流電流計は直流電圧計にもなる。
- 通常、直流電圧測定は測定負荷 $R_2$ の両端に直流電圧計を並列接続して計る。
- 理想的な直流電圧計の内部抵抗は無限大。すなわち接続しても負荷 $R_2$ に流れる直流電流は変化しない。
- 理想的な直流電圧計の代わりに内部抵抗 $r_i$ の直流電流計を繋ぐとどうなるか?
- 内部抵抗 $r_i$ がわかれば直流電流計に流れる直流電流 $I'$ から $V = I' r_i$ で $R_2$ にかかる直流電圧が分かるはず?



**(電流計を使った)偏移法による直流電圧の測定(続き):**

- 内部抵抗 $r_i$ が小さいと、ほとんどの直流電流は $R_2$ より $r_i$ 側に流れるので $R_2$ の両端の電圧降下を正しく測定できない。
- このため $r_i$ に大きな抵抗を直列に繋ぎ、内部抵抗値を実質 $R' (>> R_2)$ とすることで(直流電圧計 $V'$ として機能している)直流電流計の挿入による影響を小さくする。



**(電流計を使った)偏移法による直流電圧の測定(続き):**

この時、 $R_2$ にかかる電圧は、(注: //は抵抗の並列接続を表す。)

$$R_2 // R' = \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'} \right)^{-1} = \frac{R_2 R'}{R_2 + R'}$$

$$V = \frac{R_2 // R'}{R_1 + (R_2 // R')} E = \frac{\frac{R_2 R'}{R_2 + R'}}{R_1 + \frac{R_2 R'}{R_2 + R'}} E = \frac{R_2 R'}{R_1 (R_2 + R') + R_2 R'} E$$

$$= \frac{R_2}{R_1 (R_2 / R' + 1) + R_2} E,$$

となる。 $R'$ を $R_2$ より十分大きくしておけば、正しい値の

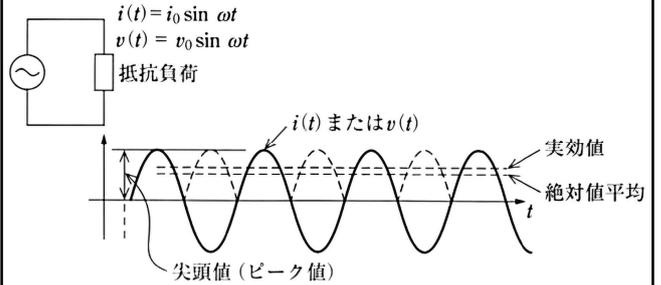
$$V \cong \frac{R_2 E}{R_1 + R_2},$$

に近づく。ただし、電流計の示す値 $I'$ は小さくなる。

$$I' = \frac{V}{R'} = \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R' + R_2 R'} E \cong \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{E}{R'}$$

**次回の予告: 電気計測(2) 交流**

交流電圧は、 $v(t) = v_0 \sin \omega t$ ,  $\omega = 2\pi f$ と記述される。ここで、 $t$ は時刻、 $v_0$ は正弦波のピーク値、平均値は0。



**(補足) A/D変換回路による直流電圧計測:**

