

前回の復習: 国際単位系(SI単位系):

(The International System of Units)

7つの基本単位

長さ標準 メートル [m]:

昔: 地球の北極から赤道までの子午線弧長の1,000万分の1。(地球一周が約4000万m)

今: 299,792,458分の1秒間に光が真空中を進む距離。

質量標準 キログラム [kg]:

昔: 水1リットルの質量。

今: 周波数が $c^2/h = \{(299,792,458)^2 / 6.62606957\} \times 10^{34} = 1.35639261 \times 10^{50}$ [Hz]の光子のエネルギーに等価な質量。

時間標準 秒 [s]:

昔: 1日の86,400 (=24×60×60)分の1。

今: セシウム133原子の基底状態の2つの超微細準位間の遷移に対応する放射の周期の9,192,631,770倍。



電流標準 アンペア [A]:

昔: 硝酸銀(AgNO₃)から毎秒1.118×10⁻³ [g]の銀を電解析出させる電流量。

今: 1秒間に電気素量e(電子1個)だけ流れた時の電流を1.602176634×10⁻¹⁹ [A]とする。

温度標準 ケルビン [K]:

昔: (温度に比例する)理想気体の体積が0になる温度を0 [K]と定めた。

今: ボルツマン定数kを1.380649×10⁻²³ [J/K]とすることによって(エネルギーから)定まる温度。

また、[K]=[°C]+273.15となる。

物質質量標準 モル [mol]:

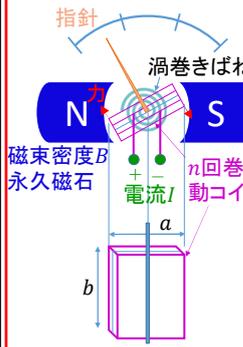
昔: 12gの炭素C¹²の中に存在する炭素原子の数。

今: 6.02214076×10²³ 個(アボガドロ数)。

光度標準 カンデラ [cd]: 540×10¹² [Hz]の単色放射を放出し、所定方向の放射強度が1/683 [W/sr]である光源のその方向における光度。

前回の復習: 偏移法による直流電流の計測:

・可動コイル型電流計



幅a長さbの可動コイルに電流Iを流すと永久磁石が作る磁束密度Bとフレミングの左手の法則で、

$$F = nbBI$$

の力がコイルに働く。この時、可動コイルにかかるトルクT_dは、

$$T_d = \frac{a}{2} F \times 2 = abnBI$$

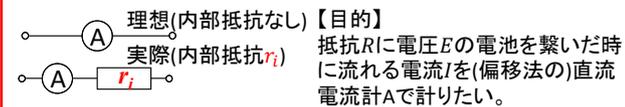
となり、T_dがうずまきばねのトルクと拮抗する点で指針が止まる。バネのトルク量T_cは指針振れ角θに比例してT_c = cθなので、拮抗時には、

$$\theta = \frac{abnBI}{c} \text{ となる。}$$

可動コイルの抵抗はr_i

前回の復習: 理想の測定と現実の測定:

・ 現実の測定には必ず誤差が生じる。



【目的】
抵抗Rに電圧Eの電池を繋いだ時に流れる電流Iを(偏移法の)直流電流計Aで計りたい。

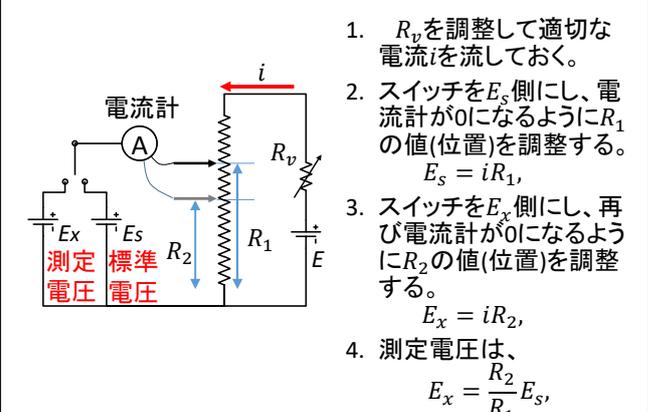
【測定】
直流電流計を繋いで計ると、内部抵抗r_iにより、流れる電流は小さくなる。

【前提】
・ 直流電流計の針が示した値はI'
・ 内部抵抗r_iの値はわかっている。

$$I = \frac{R + r_i}{R} I'$$

に補正する必要がある。

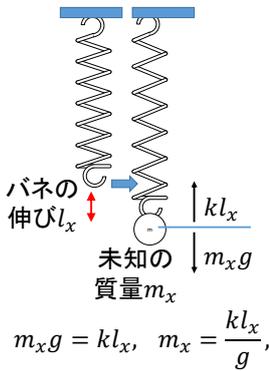
零位法(+置換法)による直流電圧の計測:



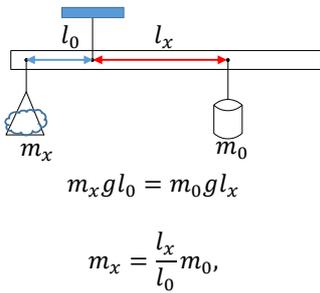
1. R_vを調整して適切な電流iを流しておく。
2. スイッチをE_s側にし、電流計が0になるようにR₁の値(位置)を調整する。
 $E_s = iR_1$
3. スイッチをE_x側にし、再び電流計が0になるようにR₂の値(位置)を調整する。
 $E_x = iR_2$
4. 測定電圧は、
 $E_x = \frac{R_2}{R_1} E_s$

(補足)測定の方法: 偏移法と零位法での質量測定の例

• 偏移法



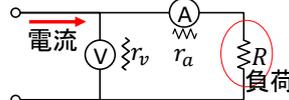
• 零位法



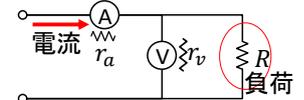
どちらも l_x から m_x が求まる。

電圧降下法による抵抗計測:

負荷抵抗が大きい場合



負荷抵抗が小さい場合



$R \gg r_v$ の場合は、ほとんど電流は電圧計側に流れる。降下は、電流計の内部抵抗 r_a によって、負荷 R に流れる電流を正しく測定するためには、電圧計より右側に電流計を入れる。

$R \ll r_a$ の場合は、主な電圧は、電流計の内部抵抗 r_a で起こる。よって、負荷 R の両端の電圧を正しく測定するために、電圧計より右側に電圧計を入れる。

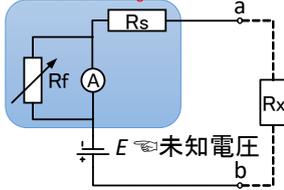
$$(R + r_a)I = V, \quad \frac{V}{I} = R + r_a$$

$$I = \frac{V}{R + r_v}, \quad \frac{V}{I} = \frac{R r_v}{R + r_v} = R \frac{R^2}{R + r_v}$$

一般的に r_v は大きく(数MΩ以上)、 r_a は小さい(数Ω以下)
 ※ $r_v \gg R \gg r_a$ の場合はどちらでも良い。

アナログテスタを使った偏移法による抵抗計測:

全体抵抗 R_0



従って、両方の電流値の比を取ると

$$\frac{I}{I_0} = \frac{R_0}{R_0 + R_x}$$

$$\therefore R_x = R_0 \left(\frac{I_0}{I} - 1 \right)$$

で R_x が求まる。

• はじめ a, b 点を短絡して電流計の目盛りを最大にする。注) R_x は電池電圧 E に依存しないが目盛りが非線形

• この時に流れる電流は、
 $I_0 = \frac{E}{R_0}$ R_x が 0 [Ω] の時に相当する。

• 次に R_x を繋いだ時の電流は、
 $I = \frac{E}{R_0 + R_x}$



ホイーストンブリッジを使った零位法による抵抗計測:

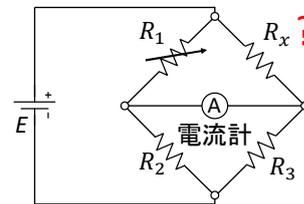
ブリッジの平衡を利用して未知抵抗 R_x を測定する。可変抵抗 R_1 を調整して、平衡状態(Aでの電流が0)にすると、

$$\frac{R_2 E}{R_1 + R_2} = \frac{R_3 E}{R_3 + R_x}, \quad R_2(R_3 + R_x) = R_3(R_1 + R_2),$$

$$R_1 R_3 = R_2 R_x \text{ が成立する。従って、}$$

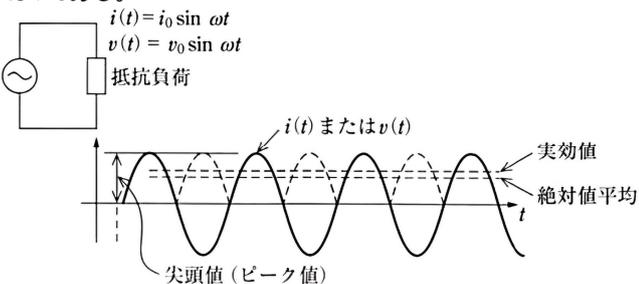
$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2}$$

と求まる。



交流波形の表現:

交流電圧は、 $v(t) = v_0 \sin \omega t$, $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ と記述される。ここで、 t は時刻、 v_0 は正弦波のピーク値、 ω は振動数、 f は周波数、 T は周期である。ちなみに、 $v(t)$ の平均値は0である。



参考書図3-1より引用

交流波形の表現(続き):

抵抗負荷 R に交流電圧 $v(t) = v_0 \sin \omega t$ を印加した時に流れる電流 $i(t)$ は、

$$i(t) = i_0 \sin \omega t = \frac{v_0}{R} \sin \omega t,$$

となる。従って抵抗で消費される電力の平均値は、

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \cdot v(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v_0^2}{R} \sin^2 \omega t dt$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{v_0^2}{R} \sin^2 s ds = \frac{v_0^2}{4\pi R} \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2s) ds$$

$$= \frac{v_0^2}{4\pi R} \int_0^{2\pi} 1 \cdot ds = \frac{v_0^2}{4\pi R} [s]_0^{2\pi} = \frac{v_0^2}{2R}, \quad (s \equiv \omega t)$$

となる。もし、この抵抗負荷 R に直流電圧 V_{rms} をかけると直流電流 V_{rms}/R が流れるので、 \bar{p} と同じ電力を消費させようとすると、

$$\bar{p} = \frac{v_0^2}{2R} = \frac{V_{rms}^2}{R}, \quad \therefore V_{rms} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

となる。この V_{rms} を実効値という。

交流の平均値:

交流電圧の平均を普通に計算すると

$$V_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T v_0 \sin \omega t \, dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_0 \sin s \, ds = 0,$$

となる。しかし整流(すなわち絶対値)して平均値をとると、

$$\begin{aligned} V'_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T |v_0 \sin \omega t| \, dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} v_0 \sin \omega t \, dt \\ &= \frac{2}{2\pi} \int_0^{\pi} v_0 \sin s \, ds = \frac{v_0}{\pi} [-\cos s]_0^{\pi} = \frac{2v_0}{\pi}, \end{aligned}$$

となる。こちらを交流電圧の平均値という。平均値 V'_{av} と実効値 V_{rms} との比は、

$$\frac{V'_{av}}{V_{rms}} = \left(\frac{2v_0}{\pi}\right) / \left(\frac{1}{\sqrt{2}}v_0\right) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \approx 0.900,$$

となる。

交流電圧を表すパラメータ: 交流電圧の表現 (交流電流の場合は式中の V を I に変える。)

1. 実効値: 交流電圧の2乗の時間平均の平方根

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 \, dt} = \frac{v_0}{\sqrt{2}},$$

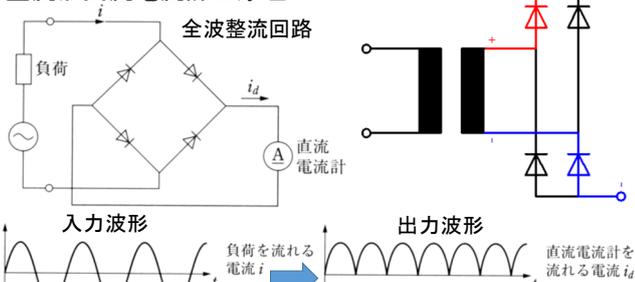
2. 平均値: 交流電圧の絶対値の平均

$$V'_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T |v(t)| \, dt = \frac{2v_0}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} V_{rms},$$

3. ピーク値: 交流電圧の最大値(すなわち振幅)

$$V_p = \max v(t) = v_0,$$

整流形交流電流計の原理:

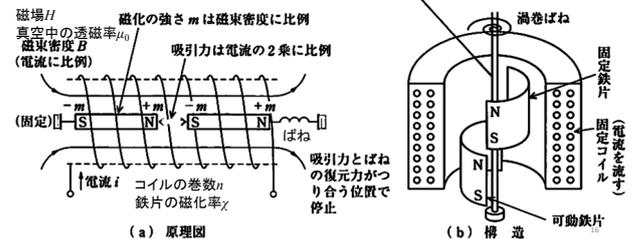


- 整流回路で交流電流を直流に変換して測る。
- 交流電流の平均値 I'_{av} が測定される。

$$\begin{aligned} i_d &= I'_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T |i(t)| \, dt \\ &= \frac{2i_0}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_{rms} \approx 0.9 I_{rms}, \end{aligned}$$

可動鉄片型(交流)電流計の原理:

- 原理図で、コイルに流れる電流によって中の2つの鉄片が磁化。磁化 m は電流 i に比例($m = \chi\mu_0 H = \chi\mu_0 ni$)
- 2つの鉄片間に働く吸引力は、それぞれの磁性体の磁化の積に比例、すなわち $i^2 = i_0^2 \sin^2 \omega t$ に比例。
- 実際の電流計は、構造図の様に、鉄片間の吸引力を軸の回転力にして指針を動かす。



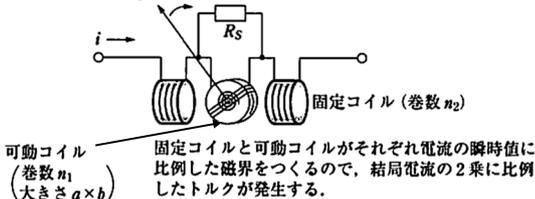
電流計形(でんりゅうりよくけいがた)計測器の原理:

下図で固定コイルが作る磁束密度 B は、 $B(t) = \mu_0 n_2 i(t)$ となるので、可動コイルに掛かるトルクの平均値 τ_ω は、

$$\begin{aligned} \tau_\omega &= \frac{1}{T} \int_0^T n_1 a b \cdot i(t) B(t) \, dt = \frac{n_1 n_2 a b \mu_0}{T} \int_0^T i^2(t) \, dt \\ &= n_1 n_2 a b \mu_0 I_{rms}^2, \end{aligned}$$

となり(第2回22頁参照)、電流の実効値 I_{rms} の2乗(\propto 電力)が測定できる。

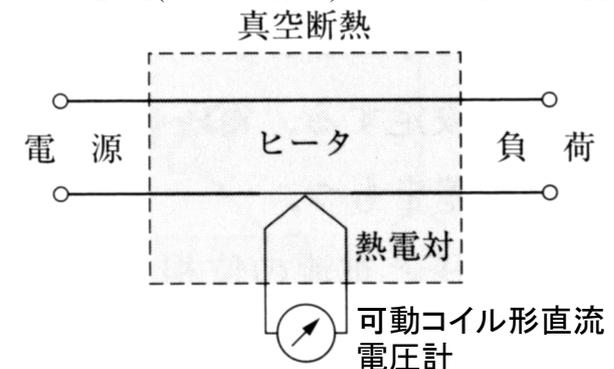
R_S : 測定したい電流が大きいときに分流器として用いる



固定コイルと可動コイルがそれぞれ電流の瞬時値に比例した磁界をつくるので、結局電流の2乗に比例したトルクが発生する。

熱電形計器:

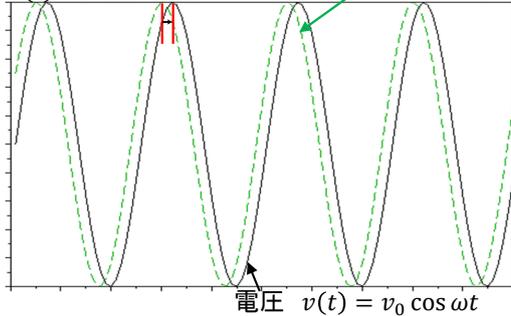
電熱線に電流を流してその温度上昇($\propto i^2 R$)を熱電対温度計で測定する(第1回17頁参照)。エネルギー損失が出る。



交流電力の計測:

- 基本的には電圧と電流の積が電力を与える。
- しかし一般に電圧と電流は位相差 θ を持つ。
- それ故にいくつかの電力量が定義される。

$i(t)$ の位相が θ 進んでいる 電流 $i(t) = i_0 \cos(\omega t + \theta)$



19

【復習】負荷による位相のずれ:

負荷の種類	回路	電圧・電流波形	ベクトル
抵抗			
インダクタンス (コイル)		 I は 90° 遅れる	
キャパシタンス (コンデンサ)		 I は 90° 進む	

20

種々の交流電力の定義:

- 瞬時電力: 時々刻々の電力の大きさ
 $p(t) = v(t)i(t) = v_0 \cos \omega t i_0 \cos(\omega t + \theta)$,
- 平均電力または実効電力: 瞬時電力の時間平均
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{v_0 i_0}{T} \int_0^T \cos(\omega t + \theta) \cos \omega t dt$$

$$= \frac{v_0 i_0}{T} \int_0^T (\cos \omega t \cos \theta - \sin \omega t \sin \theta) \cos \omega t dt$$

$$= \frac{v_0 i_0 \cos \theta}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \frac{v_0 i_0 \cos \theta}{2T} \times$$

$$\int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{v_0 i_0}{2} \cos \theta = V_{rms} I_{rms} \cos \theta,$$

ただし、 V_{rms}, I_{rms} はそれぞれ電圧、電流の実効値である。

21

種々の交流電力の定義 (続き):

- 無効電力: 平均化された仕事をしない電力
 $P_r = V_{rms} I_{rms} \sin \theta$
- 皮相電力: 見かけ上の電力
 $V_{rms} I_{rms}$
- 力率: 皮相電力と実効電力の割合
 $\cos \theta$

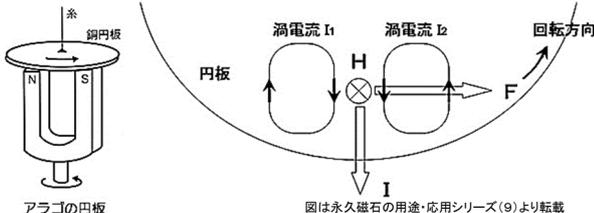
積算電力計(電力メータ):



22

積算電力計の原理I (アラゴの円板): 概略のみ説明。

右下図のように静止銅円板上から下方向の回転磁束 H が印加されていると、その左側は次の瞬間に磁束 H が減少するので、レンツの法則より H が増加するように渦電流 I_1 が流れる。逆に右側は H が増加するので減少するように渦電流 I_2 が流れる。結果的にフレミングの左手の法則で円板に対して回転方向に力が働く。従って、左下図で銅円板の下に置いた磁石を回転させると銅円板もそれにつれて回りだす。



アラゴの円板

図は永久磁石の用途・応用シリーズ(9)より転載
<http://www.neomag.jp/mailmagazines/200802/letter200802.html>

23

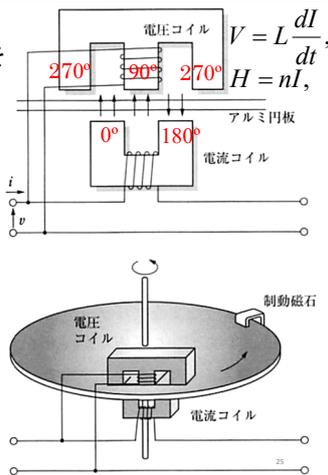
アラゴの円板:



24

積算電力計の原理2:

- 電流コイルと電圧コイルをアルミ円盤の両側に右図の様に配置する。
- 電流コイルの電流は負荷電流と同位相、一方電圧コイルの電流は負荷電圧(または負荷電流)と90°の位相差を持つ。
- 各コイル両端の磁束は図の様な位相差になる。
- あたかも固定磁石が回転しているのと同様に磁束が変化するので回転方向にトルクが生まれる。



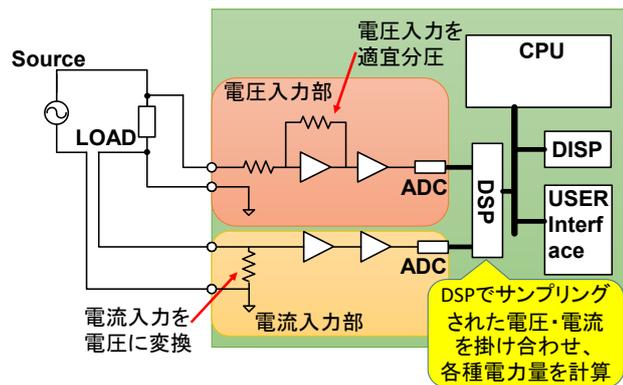
デジタル演算型電力計1:

現在ではデジタルサンプリング、デジタル平均方式の電力計が普及してきている。

- 内部のアナログ素子が少ないため高精度化が容易で製品ごとの個体差が少ない。
- 微小入力時での精度(直線性)が良く力率誤差が小さい。
- ネットワーク化してスマートメーターにできる。リモートで管理ができる。



デジタル演算型電力計2:



http://www.yokogawa.com/jp-yimi/tm/TI/keimame/epower/epower_2.htm

次回の予告: センサの基礎

人間の器官	人間の感覚	センサの種類	センサ素子の例
目	視覚	光センサ	フォトダイオード、CCD
耳	聴覚	音響センサ	圧電素子、マイクロフォン
皮膚	触覚	振動センサ、圧力センサ、温度センサ	圧電素子、ひずみゲージ、サーミスタ、集電素子
舌	味覚	味覚センサ	ISFET(Ion Sensitive FET),
鼻	嗅覚	においセンサ	セラミック素子