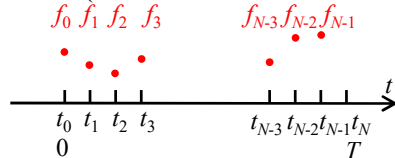


### 前回の復習:

#### 離散フーリエ変換(Discrete Fourier Transform: DFT):



区間 $[0, T]$ を $N$ 分割した各点 $t_l$ で、ある関数 $f(t)$ の関数値 $f_l$ がサンプリングされているとする。つまり、

$$f_l \equiv f(t_l) = f(lT/N), \quad (l = 0, 1, 2, \dots, N-1)$$

この時、関数 $f(t)$ に似せた擬似的な関数 $f_s(t)$ をデルタ関数(付録1参照)を使って、以下の様に定義する。

$$f_s(t) \equiv \frac{T}{N} \sum_{l=0}^{N-1} f_l \delta\left(t - \frac{lT}{N}\right), \quad (12.1)$$

### 前回の復習: 離散逆フーリエ変換とフーリエ変換は、

$$f_l = \sum_{m=0}^{N-1} c_m e^{\frac{2\pi i}{N} lm} \quad (12.2), \quad c_m = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} f_l e^{-\frac{2\pi i}{N} lm} \quad (12.3)$$

となる。(注意: 名前は変換でも、実際は級数展開)

また、離散フーリエ変換の基底関数の直交性は、

$$\sum_{m=0}^{N-1} \left(e^{\frac{2\pi i}{N} lm}\right)^* e^{\frac{2\pi i}{N} km} = \sum_{m=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i}{N} m(k-l)} = N \delta_{k,l}, \quad (12.4)$$

$$k = l \text{ の時: } \sum_{m=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i}{N} m(k-l)} = \sum_{m=0}^{N-1} 1 = N,$$

$$k \neq l \text{ の時: } \sum_{m=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i}{N} m(k-l)} = \frac{1 - e^{2\pi i(k-l)}}{1 - e^{2\pi i(k-l)/N}} = 0,$$

となる。

### 前回の復習: 離散フーリエ変換の行列表示: 下記の様に $W_N$ を定義すると、離散フーリエ変換(12.2),(12.3)式は、

$$f_l = \sum_{m=0}^{N-1} c_m e^{\frac{2\pi i}{N} lm} = \sum_{m=0}^{N-1} c_m W_N^{-lm},$$

$$c_m = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} f_l e^{-\frac{2\pi i}{N} lm} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} f_l W_N^{lm}, \quad (W_N \equiv e^{-\frac{2\pi i}{N}})$$

となる。従って、離散フーリエ変換は行列を使って、

$$N \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{N-2} \\ c_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^{-1} & \dots & W_N^{-N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{-N-2} & \dots & W_N^{-(N-2)^2} \\ 1 & W_N^{-N-1} & \dots & W_N^{-(N-1)(N-2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{N-2} \\ f_{N-1} \end{pmatrix}$$

(12.13)、と表される。

### 前回の復習:

#### 高速フーリエ変換(Fast Fourier Transform: FFT):

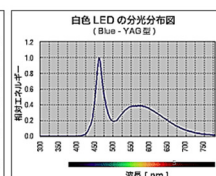
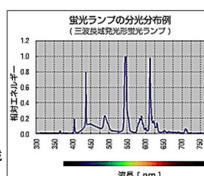
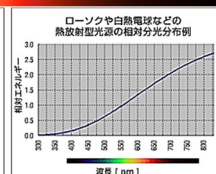
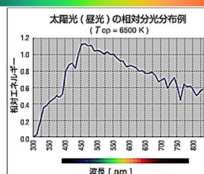
離散フーリエ変換を行うには(12.13)式、逆フーリエ変換を行うには(12.14)式を計算すれば良い。これらの行列計算では、通常サンプリング数 $N$ の2乗( $N^2$ )回の掛け算を行う必要がある。

しかし、サンプリング数 $N$ が2の累乗数(2, 4, 8, 16, ...)の時は、この行列計算の計算量を大幅に減らすことができる。一般に $N$ 個のサンプリング数の場合には、計算量は $N^2$ から $N \log_2 N$ 程度に減少する。この方法を高速フーリエ変換(FFT)という。FFTを使うと、電子計算機で高速に離散フーリエ変換を行うことができる。

**光:** 光は電磁波で、人間の目には波長によって色が異なって見える。可視光の波長は、およそ380~780nm。



光を波長ごとの成分に分けることを分光と呼び、波長ごとの成分量を**分光分布**と呼ぶ。



シーエス株式会社サイトより転載

### 光の吸収と反射:

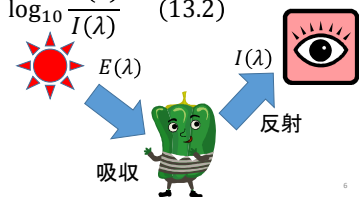
光源から照射された光は、対象物の表面で一部が吸収され、残りが反射されて観測者の目に届く。 $E(\lambda)$ を光源の分光分布、 $I(\lambda)$ を目に入る光の分光分布とすると、波長ごとの反射率、

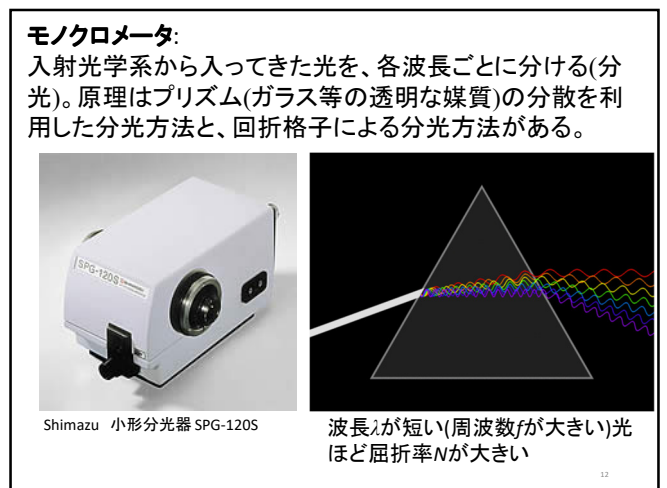
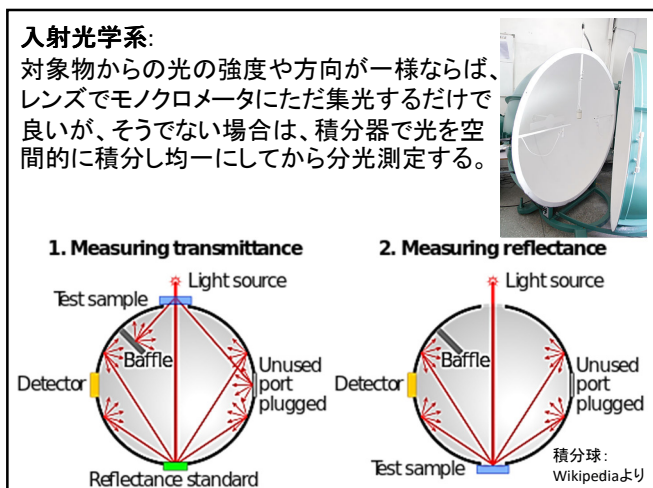
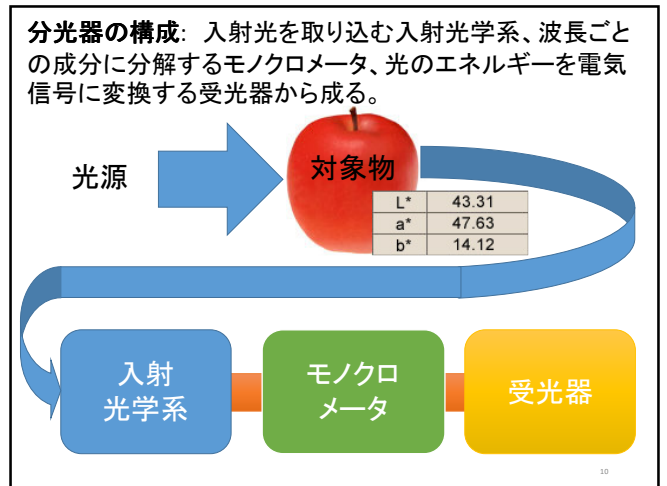
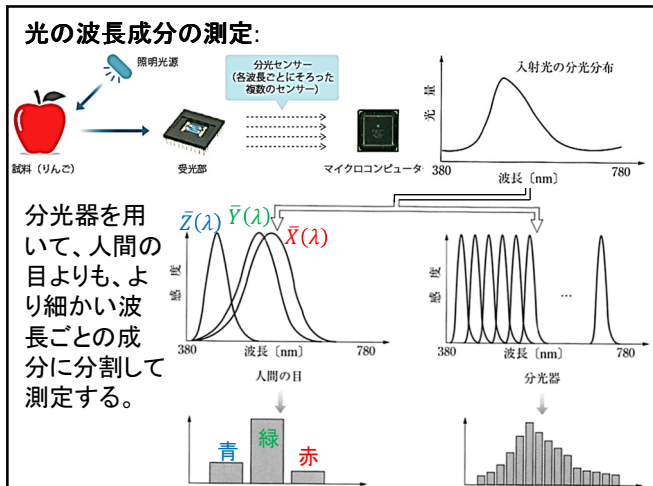
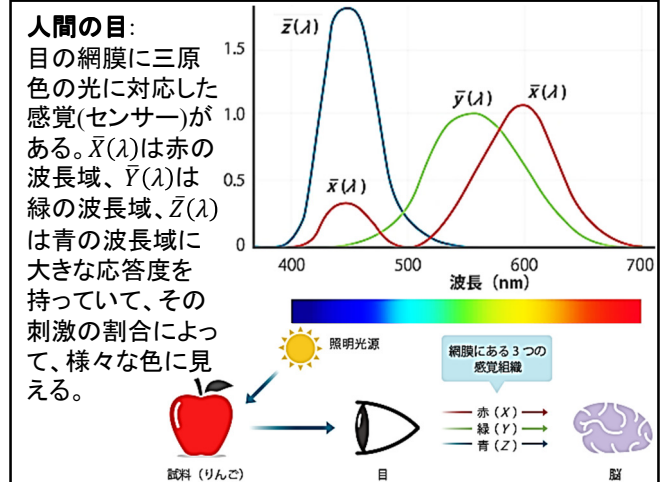
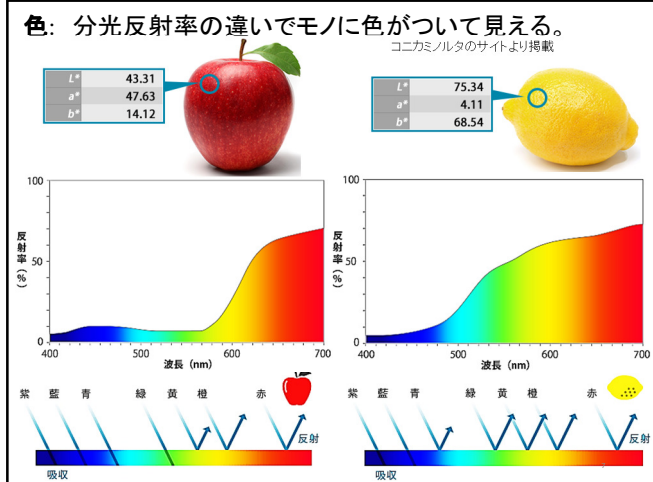
$$R(\lambda) = 100 \times \frac{I(\lambda)}{E(\lambda)} \quad (13.1)$$

を分光反射率と呼び、波長ごとの吸光度、

$$A(\lambda) = \log_{10} \frac{E(\lambda)}{I(\lambda)} \quad (13.2)$$

を分光吸光度と呼ぶ。

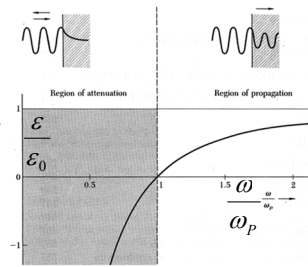




### 光の正常分散:

(電子物性参照)

光の振動数 $\omega$ (波長 $\lambda$ )が大き  
く(短く)なるほど、物質の誘電  
率 $\varepsilon(\omega)$ が大きくなり、屈折率  
 $N(\omega)$ も大きくなる。可視光域  
で透明な物質は、大体正常  
分散が起こる。



$$N(\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0}} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}, \quad \omega \equiv 2\pi f,$$

$$\omega_p^2 \equiv \frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}: \text{プラズマ振動数}, \quad \varepsilon_0: \text{真空の誘電率},$$

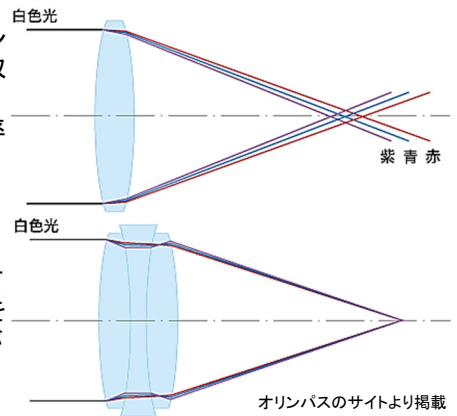
$$n_e: \text{電子密度}, \quad e: \text{素電荷}, \quad m_e: \text{電子の質量},$$

13

### 光学レンズの色収差: (像の色ズレ)

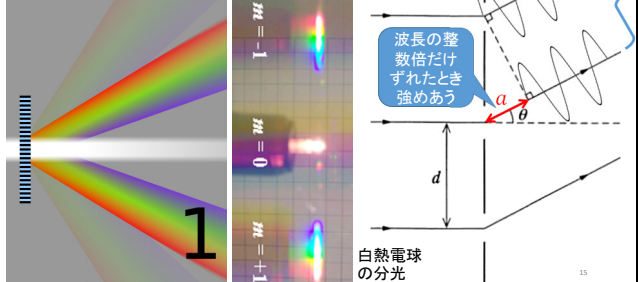
ガラスの正常分  
散によって、レン  
ズには必ず色収  
差が生じる。

しかし、屈折率  
と分散が異なる  
複数のガラス材  
料で作った凸レ  
ンズと凹レン  
ズを組み合わせ  
て色収差の影響  
を小さくするこ  
とができる。



オリンパスのサイトより掲載

**回折格子:** 距離 $d$ の間隔で幅の狭い小さな縦長の穴(ス  
リット)を周期的に多数開けたもの回折格子という。回折格  
子に平行光線を入れたら、隣り合うスリット間の光路差 $a$ は、  
 $a = d \sin \theta$ なので、これが波長の整数倍、すなわち、  
 $d \sin \theta = n\lambda$  ( $n$ は整数)の関係を満たす角  
度 $\theta$ の方向で位相が揃って光が強めあう。

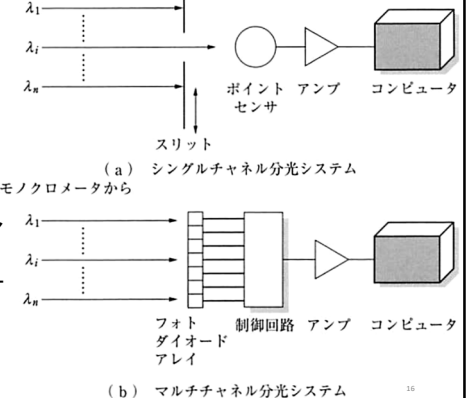


15

**受光器:** 波長毎の光の強度を光検出器(フォトダイオード、  
フォトマル)を使  
って測定する。

モノクロメータから  
1つの光検出器  
で取り出す波長  
を変えながら計  
測する方法をシ  
ングルチャネル  
分光、光検出

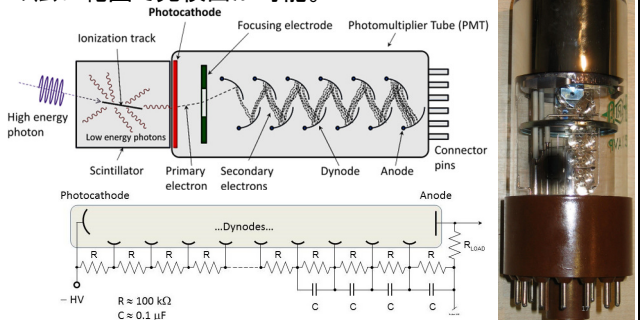
器を直線上に多  
数並べて一度  
に分光分布を計  
測する方法をマ  
ルチチャネル分  
光という。



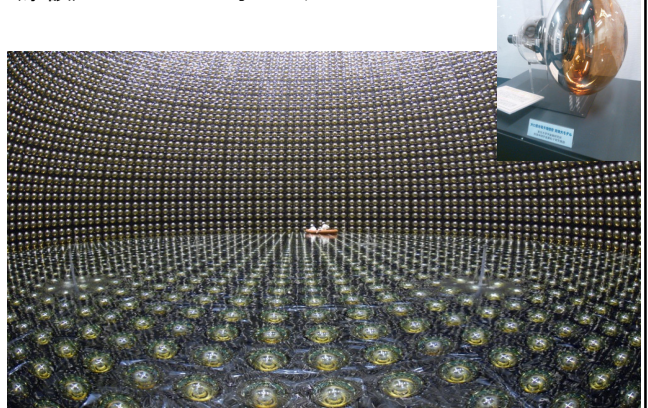
(b) マルチチャネル分光システム

16

**光電子増倍管(フォトマル):** 入射した光子が陰極から光電  
子を叩き出して、その光電子がダイノードに次々と衝突して  
二次電子を放出し、最終的には一千万倍程度になって信  
号電流として外部に取り出される。紫外域から赤外域まで  
の広い範囲で光検出が可能。



(余談) スーパーカミオカンデ



浜松フォトニクス

18



波長 1 nm 10 nm 100 nm 1  $\mu$ m 10  $\mu$ m 100  $\mu$ m 1 mm

X線 紫外線 近赤外 中赤外 遠赤外 マイクロ波

可視光 赤外光

日本シーズ線株式会社

パワフルな遠赤外線。長時間でもお肌を温めます。

遠赤外線ヒータ

The image shows a variety of remote controls, including several black ones with many buttons and one white one. To the right is a diagram of a mobile phone with an orange arrow pointing from the screen area to the keypad area, indicating a transition or interaction.

コア

光の信号

≒50 μm

コアの中を滑らかに屈折しながら多くの光信号が進む。シングルモードに較べ、伝送損失が大きいが、安価なので、LANなどの近距離通信用に使われる。

**光通信波長帯:**  
光通信で使用する波長帯域。C帯、L帯は伝送損失が少ない。

The diagram illustrates the optical communication wavelength bands. The top graph shows the transmission loss (dB/km) versus wavelength (nm) from 1200 to 1675 nm. The loss is lowest in the C-band (1530-1565 nm) and L-band (1565-1625 nm). The bottom graph shows the visible spectrum (400-700 nm) and the T-O-E-S-C-L-U bands. A rainbow spectrum is shown with labels for violet, blue, green, yellow, and red.

波長 (nm)

伝送損失 (dB/km)

波長分散

伝送損失

帯分散

C帯

E帯

S帯

C帯

L帯

U帯

9.6 THz

4.5 THz

4.5 THz

T O E S C L U

1000 1260 1360 1460 1530 1565 1625 1675

波長 (nm)

紫 青 緑 黄 赤

1 (nm) 100 (μm) 10 (mm) 100 (m) 10 (km) 1000 (万 km)

X線 真空紫外線 可視光線 遠赤外線 ミリ波 (EHF) 極超短波 (UHF) 短波 (HF) 長波 (LF) 極超長波 (ULF) ELF

γ線 紫外線 中赤外線 サブミリ波 マイクロ波 (SHF) 超短波 (VHF) 中波 (MF) 超長波 (VLF) SLF

近赤外線

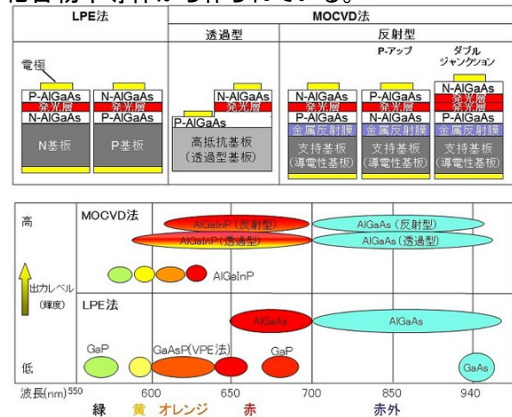
ファイバー波株式会社

## 光ファイバーケーブルの解説:

### 光ファイバーの拡大イメージ

コア  
クラッド

## 発光ダイオードの構造例: 直接遷移型のバンドギャップを持つ化合物半導体から作られている。



## 発光ダイオード(LED)の解説:

### 発光ダイオード Light Emitting Diode = LED

- ・ 色んな電子機器に幅広く利用されている
- ・ 1993年に青色発光ダイオードの開発によりRGBの3原色がそろった  
 → より幅広い用途へ利用される
- ・ P-N接合ダイオードの一種



提供 株式会社東芝  
リード型



提供 株式会社東芝  
表面実装型

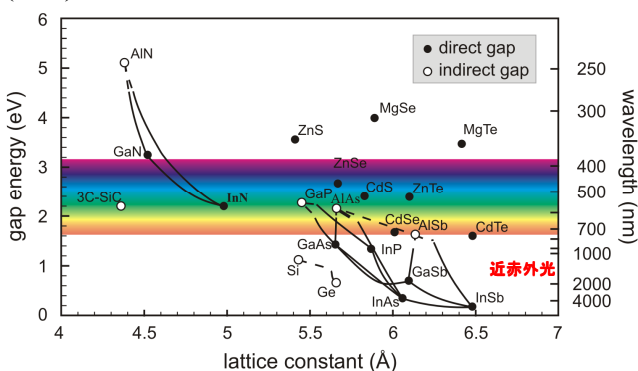
## 半導体レーザの解説:

### 半導体レーザ

主な応用分野	発振波長域	結晶の種類
光ディスク (DVD) パーコードリーダー	0.63~0.69 μm (赤色)	InGaAlP
光ディスク (DVD) レーザービームプリンタ	0.75~0.88 μm (近赤外)	GaAlAs
光通信	1.3~1.5 μm (赤外)	InGaAsP

大容量DVD  
青色レーザ 波長: 約0.4 μm  
↓  
高密度な記録が可能

## (余談) バンドギャップエンジニアリング



化合物半導体では、化学組成でバンドギャップの大きさを  
変えられるので、様々な波長のLEDやレーザーが作れる。

## 赤外光の応用3、赤外カメラ:

人の目には見えない近赤外光を照明光にすれば、夜間撮影が可能なので、防犯カメラ等で利用される。また、人体に透過しやすい性質があるので、これを用いて静脈パターンを読み取る生体認証技術もある。



静脈認証装置



近赤外画像

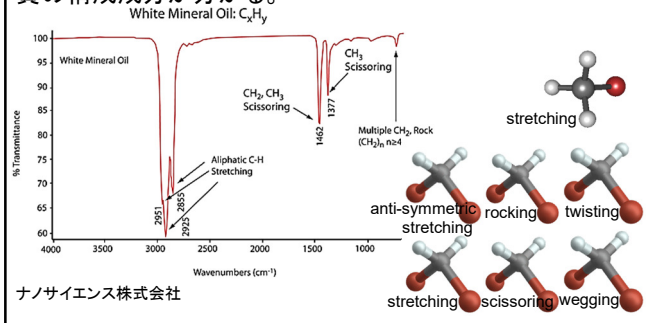


静脈パターン画像

富士通フロンテック

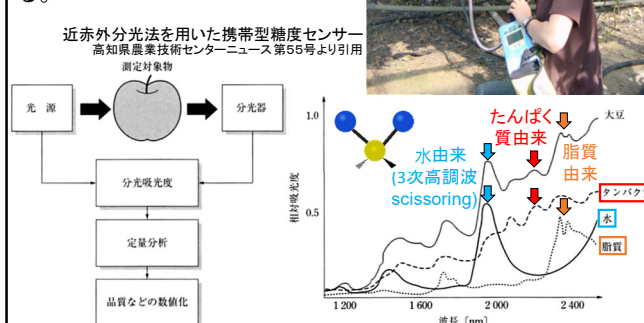
#### 赤外光の応用4、近赤外分光法を用いた非破壊分析:

物体に近赤外光を照射すると構成分子が光のエネルギーを吸収して振動する。分子の種類や振動モードによって吸収する波長が異なるため、分光吸光度を調べれば、その物質の構成成分が分かる。



#### 食品の非破壊分析の例:

赤外分光法で各成分量を調べて、果実の糖度や酸度、魚介類の脂肪量の測定などに利用される。



#### 脳活動計測の例:

脳活動を頭皮上から非侵襲的に計測する。脳内神経活動が活発になると血流が増加し、血液中の酸化ヘモグロビンと還元ヘモグロビンの比率が変わる。それを赤外分光法で計測する。



ウェアラブル光トポグラフィ



株式会社日立ハイテクノロジーズ

図 12・15 近赤外光による脳活動計測

(参考)その他の脳活動計測: 核磁気共鳴画像法(Magnetic Resonance Imaging: MRI): 生体内にある水素 $^1H$ からの核磁気共鳴の信号を3次元画像化して生体内部を観察する方法。X線を使ったコンピュータ断層撮影(Computed Tomography, CT)と同様に、広く医療用に用いられている。



脳活動計測では、反磁性体の酸化ヘモグロビンと常磁性体の還元ヘモグロビンがつくる磁場の違いをMRIで検出する。

#### 次回の予告: エレクトロニクスの発展

